Н.К. Ханнанов

КАК ПОЛУЧИТЬ МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ НА ЕГЭ

ФИЗИКА

Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности

Москва
Издательство «Интеллект-Центр»
2021

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я721
Х61

Научный редактор:
Е.Э. Ратбиль – учитель физики ГБОУ г. Москвы «Школа № 1130», заслуженный учитель РФ
Рецензент:
Т.М. Ильясова – учитель физики ГБОУ г. Москвы «Инженерная школа № 1581», эксперт ЕГЭ по физике

Ханнанов, Н.К.
Х61 Физика. Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. Как получить максимальный балл на ЕГЭ. Учебное пособие. / Н.К. Ханнанов. – Москва: Издательство «Интеллект-Центр», 2021. – 224 с.

ISBN 978-5-907339-45-3

В предлагаемом пособии дана характеристика основных типов заданий повышенного и высокого уровня сложности, используемых на ЕГЭ по физике. Особое внимание уделяется разбору заданий, вызвавших наибольшие затруднения. Для тренировки и самоподготовки к ЕГЭ предлагаются задания с развернутым ответом различного уровня сложности по всем содержательным блокам.

Пособие адресовано старшеклассникам, преподавателям и родителям. Оно поможет школьникам проверить свои знания и умения по предмету, а учителям – оценить степень достижения требований образовательных стандартов отдельными учащимися и обеспечить их целенаправленную подготовку к экзамену.

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я721

Генеральный директор
М.Б. Миндюк

Редактор *Д.П. Локтионов*
Художественный редактор *Е.Ю. Воробьёва*
Компьютерная вёрстка и макет *Е.В. Лупенко*
Корректор *Л.В. Цибизова*

Подписано в печать 13.11.2020. Формат 60х84 1/8.
Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 28,0.
Тираж 3000 экз. Заказ №

ООО «Издательство «Интеллект-Центр»
125445, г. Москва, ул. Смольная, д. 24А, этаж 7, пом. I, ком. 14

ISBN 978-5-907339-45-3

ПРЕДИСЛОВИЕ

Единый государственный экзамен (далее – ЕГЭ) существует уже 20 лет. Сначала, пока в 2001–2007 годах он шел в режиме эксперимента в различных регионах РФ, в его реальность не верили, потом с ним боролись, сейчас пытаются его дискредитировать путем демонстрации уязвимости процедур его проведения и организации.

ЕГЭ последние годы проходит с минимальным числом нарушений процедуры, и это, без сомнения, подстегнет желание учащихся, сдающих ЕГЭ по физике, изучать не процедуры «получения хорошей оценки при полном отсутствии знаний», а методы решения задач по физике. В помощь именно таким учащимся и их преподавателям предлагается эта книга.

За последние годы ЕГЭ по физике, наряду с потребностью технических вузов страны получать абитуриентов, способных к восприятию вузовского курса физики и ряда специальных предметов, стал единственным инструментом, стимулирующим учащихся к изучению предмета в старшей школе. Банк ЕГЭ за эти годы существенно обогатился новыми заданиями и по форме, и по подходам к контролю знаний. Богатые традиции российского физического образования в области контроля знаний и методики обучения решению физических задач также не были потеряны, поскольку задания, требующие развернутого ответа в вариантах ЕГЭ, состоят из задач, которые в значительной степени используют идеи приемных экзаменов в технические вузы, существовавших до ЕГЭ. Уровень трудности этих заданий год от года варьируется, поскольку в ходе ЕГЭ ведется составление относительного рейтинга учащихся данного года выпуска, а при составлении новых вариантов учитываются результаты ЕГЭ предыдущего года.

По мнению специалистов варианты ЕГЭ по физике и математике наиболее грамотно выстроены с точки зрения тестологии, то есть наиболее эффективны в составлении относительного рейтинга учащихся. В настоящее время часть банка заданий ЕГЭ переведена Федеральным институтом педагогических измерений в открытый режим http://www.fipi.ru для ознакомления учащихся и преподавателей с уровнем и типом заданий в различных темах курса физики.

Многие преподаватели уже поняли, что тематические подборки заданий ЕГЭ различного уровня сложности с успехом могут быть использованы в текущей работе при изучении предмета в школе и при целевой подготовке к ЕГЭ в рамках школьных факультативных курсов, курсов подготовки в вузах и при работе репетиторов. Поэтому Издательство «Интеллект-Центр» все годы существования ЕГЭ ежегодно выпускает сборники с тематическими подборками и с вариантами ЕГЭ по физике.

Особенность этих пособий в том, что они ежегодно обновляются. Преподаватели, владеющие сборниками Издательства «Интеллект-Центр», могут составить полную картину изменений в вариантах ЕГЭ за эти годы. Однако ежегодное обновление сборников имеет и обратную сторону – задания прошлых лет, остающиеся в банке ЕГЭ, постепенно исчезают со страниц сборников, хотя многие из них содержат интересные методические идеи и могут быть использованы при составлении вариантов в будущем. Большой объем заданий мог бы помочь и в системном анализе банка для создания методики обучения решению задач в различных темах курса физики.

Данная книга является изданием, в котором делается попытка провести анализ наиболее сложных заданий ЕГЭ, помещенных на сайте ФИПИ (http://os.fipi.ru/tasks/3/a), а также опубликованных в разные годы в сборниках, выпущенных Издательством «Интеллект-Центр» за 20 лет. В ней использован методический опыт автора, накопленный при работе в школе, в репетиторской практике и групповых занятиях на курсах по подготовке к ЕГЭ. Помимо разбора решений около 200 задач по всем темам курса данное издание включает и небольшие фрагменты справочного теоретического материала, необходимого для решения заданий определенной темы. Задания внутри глав разбиты на более мелкие темы, чтобы заострить внимание на том, знания каких разделов физики комбинируются и проверяются в данной мелко-тематической подборке. Последовательность заданий выстроена так, чтобы в текущем разделе использовались только понятия, рассмотренные в предыдущих частях. Перед группами заданий даются краткие характеристики группы, методические рекомендации по направлениям поиска при решении этой группы задач. То есть сборник рассчитан на системное изучение материала с нарастающей сложностью. Полезно его использовать после работы с учебным пособием «Физика. Единый государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации» (Ханнанов Н.К., Орлов В.А. – Москва: Издательство «Интеллект-Центр», 2021).

В данном пособии при анализе сложных заданий банка ЕГЭ мы ограничились только заданиями второй части КИМ ЕГЭ.

Мы также сочли необходимым обратить внимание на задания, которые по выбору модели явления являются не совсем удачными или молчаливо используют математический формализм, не рассматриваемый или не доказываемый в школьных учебниках физики даже для углубленного изучения. Эти задания зачастую уже так привычны для преподавателей вузов, многие годы включавших их в сборники заданий для абитуриентов, что их решение кажется очевидным. Однако выясняется, что применимость того или иного закона приходится доказывать в ходе решения. А иногда выбранная модель, когда-то кем-то предложенная для описания конкретного явления и вошедшая затем в множество сборников задач, при применении общего подхода к анализу механического явления кажется весьма натянутой.

Также даются разъяснения некоторых «старых» терминов, по инерции используемых вузовскими преподавателями и абсолютно незнакомых современным школьникам.

Решение заданий для самостоятельной работы, в основном, использует ситуации и методы, разобранные при анализе задач соответствующего раздела. К этим заданиям даются только ответы, чтобы учащийся закрепил метод решения, разобрав сходную задачу самостоятельно.

Желаем удачи на экзамене! Будем рады, если эта книга поможет Вам при подготовке к нему. Также с благодарностью примем замечания за наверняка оставшиеся опечатки, пожелания по улучшению пособия в следующих изданиях. Не ошибается, как известно, только тот, кто ничего не делает.

С уважением, автор и издатели

ГЛАВА 1. МЕХАНИКА

Кинематика

В школьном курсе кинематики рассматриваются 5 моделей движения, отличающихся видом траектории и характером движения вдоль этой траектории:

- равномерное по прямой;
- равномерное по окружности;
- равноускоренное по прямой;
- равноускоренное по параболе;
- гармонические колебания по прямой.

В заданиях ЕГЭ встречаются задания, где рассматривается еще одна модель:

- неравномерное движение по окружности.

Равномерное прямолинейное движение (скорость $\vec{v} = const$) в заданиях ЕГЭ редко вызывает затруднения. Координата тела растет линейно с течением времени $x(t) = x_0 + v_x t$ (v_x – проекция на ось Ox), пройденный путь s вычисляется умножением модуля скорости v на время $s(t) = vt$.

Во второй части КИМ ЕГЭ задания, предполагающие использование этой модели движения, связаны со сложением скоростей. Обратим внимание, что в этих задачах при введении буквенных обозначений величин следует либо давать словами описание этих обозначений, либо наносить их на чертеж, из которого будет ясен смысл этого обозначения.

Пример 1.1. В безветренную погоду самолет затрачивает на перелет между городами 6 часов. Если во время полета дует боковой ветер перпендикулярно линии полета, то самолет затрачивает на перелет на 9 минут больше. Найдите скорость ветра, если скорость самолета относительно воздуха постоянна и равна 328 км/ч.

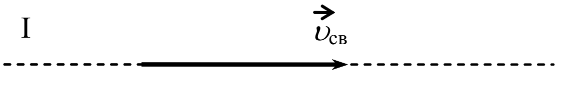
Решение. На рис. I показан вектор скорости для перелета в первом случае. Расстояние между городами тогда:

$$s = v_{св} t_1,$$

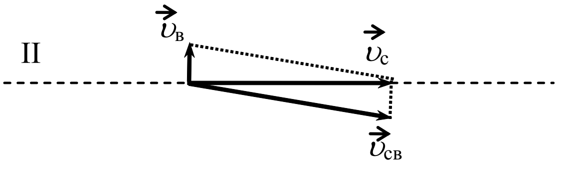
где $v_{св}$ – скорость самолета относительно воздуха.

Для того чтобы самолету во время ветра держать курс в том же направлении, он должен относительно воздуха двигаться не четко по курсу, а отклоняясь от него (рис. II). Закон сложения скоростей в векторном виде для перелета в этом случае:

I



II



$$\vec{v}_с = \vec{v}_{св} + \vec{v}_в,$$

где $\vec{v}_с$ – скорость самолета относительно Земли, $\vec{v}_в$ – скорость ветра.

Выражение для скорости самолета относительно Земли во втором случае имеет вид:

$$v_с = \sqrt{v_{св}^2 - v_в^2}.$$

Тогда уравнение выражения для пути для второго перелета:

$$s = v_{с} t_2 = \sqrt{v_{св}^2 - v_{в}^2} \cdot t_2 \ .$$

Сравнивая пути во время первого и второго перелетов, получим уравнение:

$$v_{св} t_1 = \sqrt{v_{св}^2 - v_{в}^2} \cdot t_2 \ .$$

Решая это уравнение, получим:

$$v_{в} = \frac{v_{св}\sqrt{t_2^2 - t_1^2}}{t_2} = 72\,(км/ч) = 20\,(м/с) \ .$$

Ответ: $v_{в} = 72\ км/ч = 20\ м/с$.

Равноускоренное прямолинейное движение – наиболее часто встречающийся вид движения в заданиях ЕГЭ. Если говорить о формульном виде описания движения, то при прямолинейном движении вместо векторной записи выражений для величин скорости ($\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$), ускорения ($\vec{a} = \dfrac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$) и перемещения ($\vec{s} = \vec{v}_0 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}$) можно обойтись выражениями для координат и проекций этих величин на ось Ox, направляя ось вдоль прямолинейной траектории.

Итак, если ускорение постоянно и не равно нулю, то движение равноускоренное и $v_x = v_{0x} + a_x t$

$$x = x_0 + v_{0x} t + a_x \frac{t^2}{2} \ .$$

Из двух уравнений легко получить соотношение для связи пройденного пути с начальной и конечной скоростями на этом отрезке пути ${v_x}^2 - {v_{0x}}^2 = 2a(x - x_0) = 2as$, которое сокращает решение многих задач.

Если ускорение равно нулю, движение равномерное и $v_x = v_{0x}$

$$x = x_0 + v_{0x} t \ .$$

Проанализируем сначала, как знание этих соотношений проверяется в задачах с графическим отображением информации.

При равномерном движении график $v_x(t)$, прямая, параллельная оси времени, лежащая выше оси, если тело движется по направлению оси ($v_{0x} > 0$) и ниже оси времени, если ($v_{0x} < 0$), то есть тело движется в направлении, противоположном оси Ox (рис. 1а). График $x(t) = x_0 + v_{0x} t$ – это прямая, наклоненная под острым углом к оси времени («растущая прямая»), если $v_{0x} > 0$ и тело движется вдоль оси; наклоненная под тупым углом к оси времени («спадающая прямая»), если $v_{0x} < 0$; параллельная оси времени, если $v_{0x} = 0$, то есть тело покоится (рис. 1б).

При равноускоренном движении график $v_x(t) = v_{0x} + a_x t$, график «нарастающая» или «убывающая» прямая, в зависимости от направления ускорения по отношению к оси Ox, то есть в зависимости от знака a_x (рис. 1в), а зависимость $x(t) = x_0 + v_{0x} t + a_x \dfrac{t^2}{2}$ – это парабола, глядящая ветвями вверх или вниз, в зависимости от знака a_x (рис. 1г).

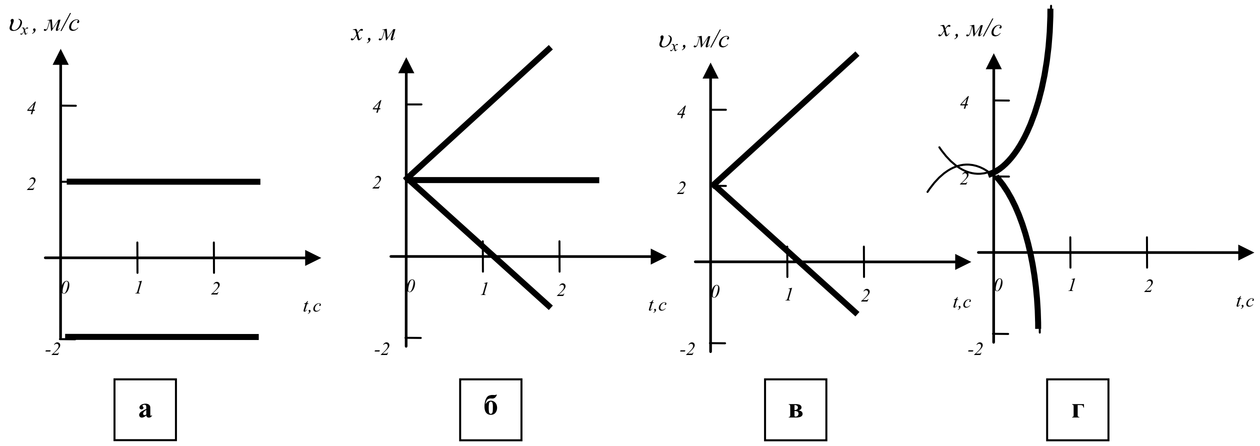
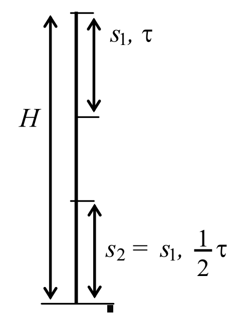


Рис. 1

Эти знания, проверяемые на экзамене, в основном в заданиях части 1 КИМ ЕГЭ , необходимы для решения более сложных заданий.

Задачи на полет тела по вертикали вблизи поверхности Земли – это частный случай задач на равноускоренное движение по прямой, с той лишь разницей, что модуль ускорения в этих задачах всегда известен и называется *ускорением свободного падения* $a = g = 9{,}8\,\frac{м}{с^2} \approx 10\,\frac{м}{с^2}$.

Пример 1.2. Тело, свободно падающее с некоторой высоты, первый участок пути проходит за время $\tau = 1$ с, а такой же последний – за время $\frac{1}{2}\tau$. Найдите полное время падения t, если начальная скорость равна нулю.



Решение. Если t – полное время падения с высоты H, то

$$\begin{cases} H = \dfrac{gt^2}{2}; \\ s_1 = \dfrac{g\tau^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow H - s_2 = H - s_1 = \frac{g\left(t - \frac{1}{2}\tau\right)^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{gt^2}{2} - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g\left(t - \frac{1}{2}\tau\right)^2}{2} \Rightarrow t^2 - \tau^2 = \left(t - \frac{1}{2}\tau\right)^2 \Rightarrow t = \frac{5\tau}{4} = 1{,}25\,с.$$

В последние годы единого экзамена по физике в заданиях на сопоставление и в заданиях, требующих развернутого ответа, стали появляться задания о полете тела, брошенного под углом к горизонту. При решении таких задач следует понимать, что движение вдоль горизонтальной оси представляет собой равномерное движение со скоростью υ_{0x} (проекция начальной скорости на горизонтальную ось Ox), а по вертикали равноускоренное движение с ускорением свободного падения g и начальной скоростью υ_{0y} (проекция начальной скорости на вертикальную ось Oy). Таким образом, зависимость координаты и проекции скорости на две оси для тела, выпущенного из точки $(x_0; y_0)$ со скоростью υ_0 под углом α к горизонту (рис. 2), будут описываться уравнениями:

$$\begin{cases} x = x_0 + \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t, & (1) \\ \upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha, & (2) \\ y = y_0 + \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t + a_y \dfrac{t^2}{2}, & (3) \\ \upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha + a_y t. & (4) \end{cases}$$

где $a_y = \pm g$ (знак зависит от направления оси Oy). На рис. 2 система координат выбрана так, что $x_0 = 0$ и $a_y = -g$.

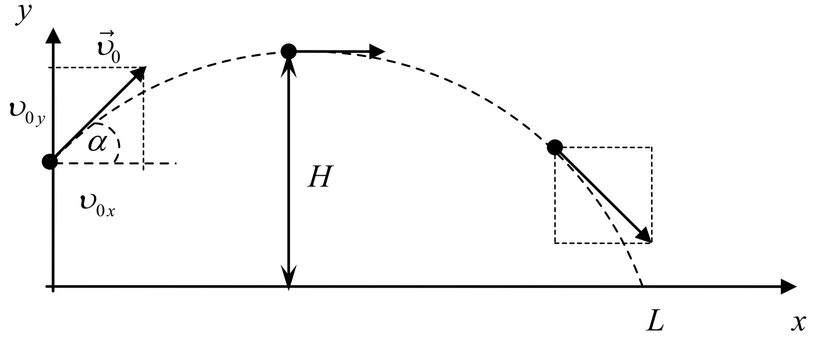
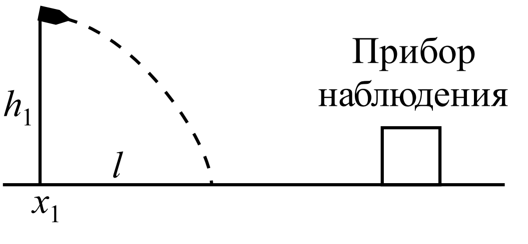


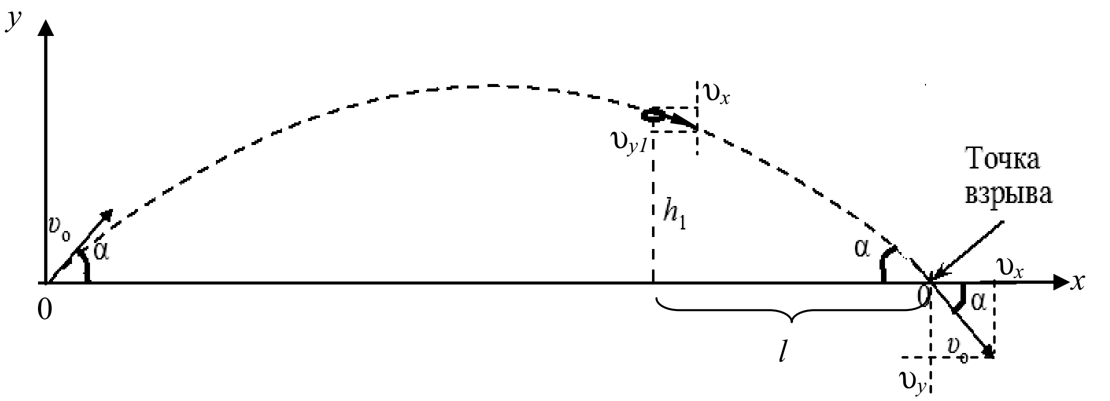
Рис. 2

Все задачи о свободном полете тела, брошенного под углом к горизонту, можно решить с использованием этих 4-х уравнений. В приведенном ниже примере использованы только кинематические соотношения.

<u>Пример 1.3.</u> Прибор наблюдения обнаружил летящий снаряд и зафиксировал его горизонтальную координату x_1 и высоту h_1 = 1655 м над Землёй (см. рисунок). Через 3 с снаряд упал на Землю и взорвался на расстоянии l = 1700 м от места его обнаружения. Чему равнялось время полёта снаряда от пушки до места взрыва, если считать, что сопротивление воздуха пренебрежимо мало́? Пушка и место взрыва находятся на одной горизонтали.



<u>Решение.</u> При отсутствии сопротивления воздуха траектория снаряда — парабола, и в точке падения на Землю снаряд должен иметь ту же по модулю скорость υ_0, составляющую с горизонталью тот же угол α, что и в точке вылета. Тогда проекции начальной и конечной скоростей снаряда можно обозначить как υ_x и υ_y.



Проведём горизонтальную ось Ox с началом в точке выстрела (см. рис.). На этой оси координата точки, где снаряд был обнаружен, $l = 1700$ м, а по вертикальной оси её координата $h = h_1$. Время полёта от этой точки до точки взрыва $t_1 = 3$ с. Согласно законам равноускоренного движения с учетом ускорения g снаряд движется вдоль оси Ox равномерно

$$l = \upsilon_x t_1. \qquad (1)$$

В течение того же времени вертикальная составляющая скорости нарастает от υ_{y1} до υ_y, поэтому

$$\upsilon_y = \upsilon_{y1} + g t_1. \qquad (2)$$

Для равноускоренного полета вдоль оси y от точки обнаружения до точки падения скорости и пройденный путь связаны соотношением (аналог выражения $\upsilon^2 - \upsilon_0{}^2 = 2as$, см. стр. 8)

$$\upsilon_y{}^2 - \upsilon_{y1}{}^2 = 2 g h_1. \qquad (3)$$

Из уравнения (1) $\upsilon_x = \dfrac{l}{t_1}$, а совместное решение системы уравнений (2) и (3) дает

$$\upsilon_y = \frac{h_1}{t_1} + \frac{g t_1^2}{2}.$$

Для нахождения времени полёта снаряда τ достаточно уравнение для координаты y брошенного под углом к горизонту приравнять в нашей системе отсчета нулю:

$$y(\tau) = \upsilon_y \cdot \tau - \frac{1}{2} g \tau^2 = 0,$$

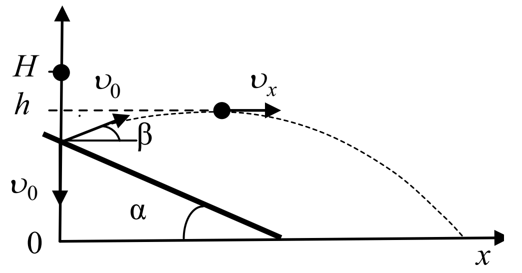
откуда

$$\tau = \frac{2\upsilon_y}{g} = \frac{2h_1}{g t_1} + g t_1 \approx 140{,}3(c).$$

Ответ: $\tau \approx 140$ с

Пример 1.4. С высоты H над землёй начинает свободно падать стальной шарик, который через время t = 0,4 с сталкивается с плитой, наклонённой под углом 30° к горизонту. После абсолютно упругого удара он движется по траектории, верхняя точка которой находится на высоте h = 1,4 м над землёй. Чему равна высота H? Сделайте схематический рисунок, поясняющий решение

Решение. Сделаем чертеж, указав на нем систему координат, в которой будут записываться уравнения движения и проекции скоростей на оси (рис.).



Перед столкновением с плитой скорость шарика направлена вертикально вниз и равна $\upsilon_0 = gt$. За это время шарик достигает точки с координатой $y = y_0$, пролетая расстояние $s = \frac{gt^2}{2}$. После упругого соударения с плитой (угол падения шарика при упругом ударе равен углу отражения) её модуль не изменяется, а направление составляет угол $\beta = 90^\circ - 2\alpha$ с горизонтом.

При движении после соударения горизонтальная составляющая скорости не изменяется, так как шарик находится в свободном падении, т. е. $\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\beta = \upsilon_0 \sin 2\alpha = \mathrm{const}$.

Время подъема на максимальную высоту после отскока, в точке с координатой y_0, определяется вертикальной составляющей скорости $t_{под} = \frac{\upsilon_0 \sin\beta}{g} = \frac{\upsilon_0 \cos 2\alpha}{g}$. Высота подъема определяется зависимостью координаты y от времени:

$$h = y(t_{под}) = y_0 + \upsilon_{y0} t_{под} - \frac{g t_{под}^2}{2} = y_0 + \frac{(\upsilon_0 \cos 2\alpha)^2}{2g};$$

откуда $y_0 = h - \frac{(\upsilon_0 \cos 2\alpha)^2}{2g} = h - \frac{g^2 t^2 \cos^2 2\alpha}{2g} = h - \frac{g t^2 \cos^2 2\alpha}{2}$.

Высота, с которой упал шарик,

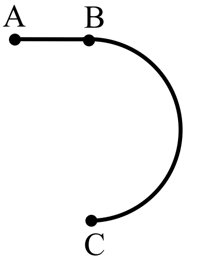
$$H = y_0 + s = h - \frac{g t^2 \cos^2 2\alpha}{2} + \frac{g t^2}{2} = h + \frac{g t^2 (1 - \cos^2 2\alpha)}{2} = h + \frac{g t^2 \sin^2 2\alpha}{2}.$$

Подставляя сюда значения величин, получаем ответ: $H = 2$ м.

Равномерное движение по окружности без сочетания его с законами Ньютона не представляет особой трудности. Следует только помнить, при таком движении скорость все время меняет знак и направлена по касательной, а вектор ускорения, модуль которого показывает, как быстро вектор скорости меняет свое направление, также постоянно меняет направление. При движении точки по окружности он постоянно направлен в центр окружности, поэтому называется центростремительным. Если за время одного оборота – период обращения

T, тело проходит по окружности радиуса R, путь, равный длине окружности $2\pi R$, то модуль скорости $\upsilon = \frac{s}{T} = \frac{2\pi R}{T}$. Модуль центростремительного ускорения $a_{цс} = \frac{\upsilon^2}{R}$. Равномерное движение по окружности также принято характеризовать частотой обращения ν, показывающей, сколько оборотов N совершает тело за время t ($\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$) и угловой скоростью ω, показывающей на какой угол φ поворачивается радиус, соединяющий движущуюся по окружности точку с ее центром, за время t ($\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$). Эти знания являются базовыми и используются в заданиях второй части КИМ ЕГЭ в сложных задачах, где требуется также понимание и использование законов Ньютона и законов сохранения энергии и импульса.

Рассмотрим пример, в котором требуется одновременное использование уравнений, описывающих равноускоренное движение по прямой и равномерное по окружности.



Пример 1.5. Стартуя из точки *A* (см. рис.), спортсмен движется равноускоренно до точки *B*, после которой модуль скорости спортсмена остаётся постоянным вплоть до точки *C*. Во сколько раз время, затраченное спортсменом на участок *BC*, больше, чем на участок *AB*, если модуль ускорения на обоих участках одинаков? Траектория *BC* – полуокружность.

Решение. Ускорение на прямолинейном участке определяется по формуле

$$a_1 = \frac{\upsilon}{t_1},$$

где υ – скорость в точке B, а t_1 – время движения по прямолинейному участку.

Ускорение при движении по дуге окружности есть центростремительное ускорение и определяется по формуле

$$a_2 = \frac{\upsilon^2}{R},$$

где R – радиус окружности с дугой BC.

С учётом того, что при равномерном движении по окружности с периодом $T = 2t_2$

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} = \frac{\pi R}{t_2},$$

получим $a_2 = \frac{\upsilon \pi}{t_2}$.

Приравнивая выражения для ускорений, получим $\frac{\upsilon}{t_1} = \frac{\upsilon \pi}{t_2}$, откуда $\frac{t_2}{t_1} = \pi$.

Ответ: $\frac{t_2}{t_1} = \pi$.

Неравномерное движение по окружности в заданиях части 2 КИМ ЕГЭ рассматривается в задачах, где также одновременно надо применить законы Ньютона и сохранения механической энергии. Они рассмотрены в дальнейших разделах. Рассмотрим здесь только основные кинематические закономерности.

Во-первых, не следует забывать, что скорость тела на любой криволинейной траектории направлена по касательной, что приводит к тому, что ускорение тела всегда направлено внутрь кривизны траектории (рис. 3).

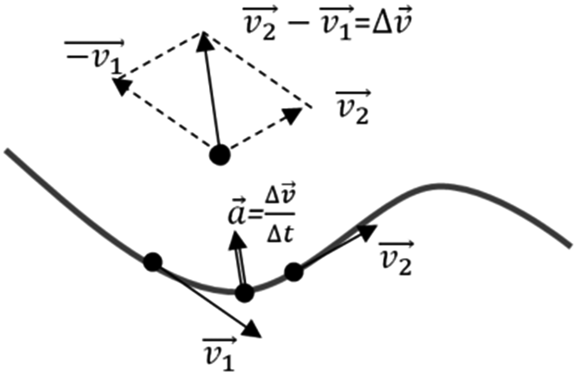


Рис. 3

Во-вторых, полное ускорение можно всегда представить в виде двух составляющих (рис. 4): вектора, сонаправленного со скоростью или направленного по касательной к траектории $\overrightarrow{a_\tau} = \overrightarrow{a_\parallel}$ (тангенциальное ускорение, показывающее, как быстро изменяется модуль вектора скорости), и вектора, перпендикулярного вектору скорости $\overrightarrow{a_\perp} = \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{a_{цс}}$ (нормальное или центростремительное ускорение).

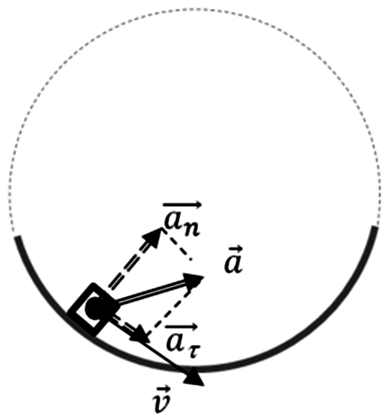


Рис. 4

Термин «центростремительное» естественен для движения тела по окружности. В случае равномерного движения тела по окружности радиуса R: $a_{цс} = \frac{v^2}{R}$. В вузовском курсе механики доказывается, что при неравномерном движении по окружности модуль «нормального» ускорения связан с модулем скорости в данный момент времени тем же соотношением, т.е. $a_n = \frac{v^2}{R}$. Именно это будет использовано в заданиях части 2 КИМ ЕГЭ при использовании модели неравномерного движения по окружности (груз, колеблющийся на нити, соскальзывание кубика с шара, движение по «мертвой петле» и т.п.).